

# 12th Benelux Mathematical Olympiad

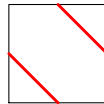
Virtual, 2–3 May 2020



*De opgaven staan niet op volgorde van ingeschatte moeilijkheidsgraad.*

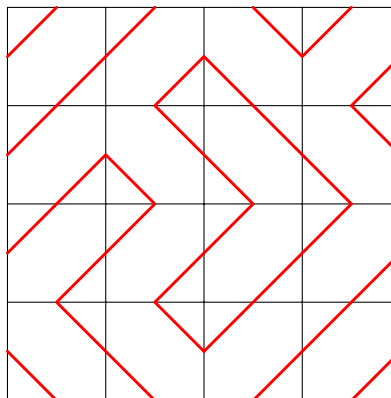
**Opgave 1.** Vind alle (strikt) positieve gehele getallen  $d$  met de volgende eigenschap: er bestaat een polynoom (veelterm)  $P$  van graad  $d$  met gehele coëfficiënten zodat  $|P(m)| = 1$  voor minstens  $d + 1$  verschillende gehele getallen  $m$ .

**Opgave 2.** Zij  $N$  een (strikt) positief geheel getal. Uit  $4N^2$  tegels met daarop twee lijnstukken getekend zoals hieronder wordt een  $2N \times 2N$ -bord opgebouwd. De tegels mogen gedraaid worden.



De lijnstukken op de tegels vormen paden op het bord. Bepaal het kleinste aantal paden en het grootste aantal paden dat kan voorkomen.

*Er zijn bijvoorbeeld 9 paden op het  $4 \times 4$ -bord hieronder.*



**Opgave 3.** Zij  $\triangle ABC$  een driehoek. De cirkel  $\omega_A$  gaat door  $A$  en raakt lijn (rechte)  $BC$  in  $B$ . De cirkel  $\omega_C$  gaat door  $C$  en raakt lijn (rechte)  $AB$  in  $B$ . De cirkels  $\omega_A$  en  $\omega_C$  snijden een tweede keer in het punt  $D$ . Zij  $M$  het midden van de zijde  $BC$  en zij  $E$  het snijpunt van de lijnen (rechten)  $MD$  en  $AC$ . Bewijs dat  $E$  op de cirkel  $\omega_A$  ligt.

**Problem 4.** Een deler  $d$  van een (strikt) positief geheel getal  $n$  noemen we *evenwichtig* als  $\sqrt{n} < d < 2\sqrt{n}$ . Bestaat er een (strikt) positief geheel getal met precies 2020 evenwichtige delers?

*Language: Dutch*

*Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten.  
Elke opgave is 7 punten waard.*