Language **Dutch**

2nd Benelux Mathematical Olympiad
Amsterdam, 23–25 April 2010

Problems

Opgave 1. Een eindige verzameling gehele getallen noemen we *slecht* als de som van zijn elementen gelijk is aan 2010. Een eindige verzameling gehele getallen is een *Benelux-verzameling* als geen van zijn deelverzamelingen slecht is. Bepaal het kleinste gehele getal n zodanig dat je de verzameling $\{502, 503, 504, \ldots, 2009\}$ kunt opdelen (partitioneren) in n Benelux-verzamelingen.
(Een opdeling (partitie) van een verzameling S in n deelverzamelingen is een collectie van n paarsgewijs disjuncte verzamelingen van S, waarvan de vereniging (unie) gelijk is aan S.)

Opgave 2. Bepaal alle polynomen (veeltermen) $p(x)$ met reële coëfficiënten zodanig dat

$$p(a+b-2c)+p(b+c-2a)+p(c+a-2b)=3p(a-b)+3p(b-c)+3p(c-a)$$

voor alle $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Opgave 3. Op een lijn (rechte) l liggen drie verschillende punten A, B en P in die volgorde. Zij a de lijn door A loodrecht op l, en zij b de lijn door B loodrecht op l. Een lijn door P, die niet samenvalt met l, snijdt a in Q en b in R. De lijn door A loodrecht op BQ snijdt BQ in L en snijdt BR in T. De lijn door B loodrecht op AR snijdt AR in K en snijdt AQ in S.

(a) Bewijs dat P, T, S op één lijn liggen.

(b) Bewijs dat P, K, L op één lijn liggen.

Opgave 4. Bepaal alle viertallen (a, b, p, n) van positieve gehele getallen ($a > 0$, $b > 0$, $p > 0$, $n > 0$), zodanig dat p een priemgetal is en

$$a^3 + b^3 = p^n.$$